

УДК 621.396

## КОНСТРУКТИВНЫЙ СИНТЕЗ РАДИОГОЛОГРАФИЧЕСКИХ АНТЕНН

**В. Н. МИЗГАЙЛОВ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### Введение

Идеи голографии имеют широкое распространение в различных отраслях промышленности и науки. Рассмотрим только одно применение голографии – радиоголографические антенны. Под голограммой понимается интерференционная структура, содержащая полную информацию о взаимодействующих волновых полях, которая при облучении ее одним из волновых полей восстанавливает другие поля, участвовавшие в записи, и сохраняет первоначальные направления их движения. Если построить голограмму таким образом, чтобы она формировала при ее облучении заданную диаграмму направленности, то тем самым решается задача синтеза антенны по требуемому полю излучения.

Целью данной работы является рассмотрение алгоритма решения задач синтеза радиоголографической антенны по требуемой диаграмме направленности и полю облучателя антенны. Уравнение задачи синтеза антенны в этом случае нелинейное. Предложена схема приведения этого уравнения к виду, который позволяет эффективно использовать известные математические методы его решения.

### Постановка задачи синтеза радиоголографической антенны

Радиоголограмма как дифракционный элемент будущей антенной системы с требуемым полем излучения может быть построена с использованием классического подхода для записи голограммы, когда последняя рассматривается как интенсивность интерферирующих полей предметного и опорного (поля облучателя):

$$\Phi(\vec{r}) = (\vec{E}_n + \vec{E}_{оп})(\vec{E}_n + \vec{E}_{оп})^*, \quad (1)$$

где знак  $*$  означает комплексное сопряжение; верхние знаки черточек  $\bar{\phantom{x}}$  над символами обозначают, что это векторные функции; нижние индексы  $n$  или  $оп$  имеют пояснения в тексте. Поле опорного источника  $\vec{E}_{оп}(\vec{r})$  может быть взято из конструктивно-технологических соображений. В частном случае, это сферическая или плоская волна. Но предметное поле  $\vec{E}_n(\vec{r})$  должно в области источников соответствовать требуемому полю излучения проектируемой системы.

Известно [1], что уравнение задачи синтеза антенны в операторной форме имеет вид  $U\vec{I} = \vec{F}$ , где оператор  $U$  – прямой оператор задачи. Возможным распределениям тока  $\vec{I} = \{\vec{I}_1, \vec{I}_2, \dots, \vec{I}_N\}$  на излучателях, расположенных в заданной геометрической области, этот оператор сопоставляет соответствующие диаграммы направленности  $\vec{F}$ . При одной из схем решения этого уравнения оно приводится к нормальному уравнению  $U^*U\vec{I} = U^*\vec{F}_0$ , правая часть которого трактуется как некоторое поле  $\vec{P}(\vec{r})$  в области источников, отражающее характер требуемого поля излучения  $\vec{F}_0$ . Для свобод-

ного пространства это поле определяется соотношением  $\bar{P}(\bar{\rho}) = \oint_s \bar{F}_0(\bar{r}^0) e^{-jk\bar{r}^0\bar{\rho}} ds$  [1].

Пользуясь этим соотношением, необходимо учесть особенности воспроизведения волновых фронтов в голографии, которые сводятся к простому правилу: если положение опорного источника не меняется по отношению к голограмме в момент записи и воспроизведения, то восстановленная волна исходит из голограммы (радиоголограммы) точно так же, как первоначальная предметная волна. Следовательно, выполняя аналитические операции записи радиоголограммы с использованием выражения для поля  $\bar{P}(\bar{\rho})$ , его необходимо брать с комплексным сопряжением, тогда голограмма в апертуре антенны будет излучать в требуемом направлении и соотношение (1) имеет вид:

$$\Phi(\bar{\rho}) = [\bar{P}^*(\bar{\rho}) + \bar{P}_{\text{оп}}(\bar{\rho})][\bar{P}^*(\bar{\rho}) + \bar{P}_{\text{оп}}(\bar{\rho})]^*, \quad (2)$$

где  $\bar{P}_{\text{оп}}(\bar{\rho}) = \bar{E}_{\text{оп}}(\bar{\rho})$  – поле облучателя;  $\bar{P}^*(\bar{\rho}) = \bar{E}_{\text{п}}(\bar{\rho})$  – предметное поле, соответствующее полю требуемой диаграммы направленности, но в области источников. Таким образом, соотношением (2) предопределено получение необходимого направления излучения с радиоголограммы, освещаемой опорным источником.

В традиционной постановке задача синтеза радиоголографической антенны могла бы быть поставлена как задача минимизации функционала вида  $\Delta^2 = \|\rho U\bar{I} - \rho \bar{F}_0\|^2 \Rightarrow \min$ , при  $\rho = 1$ , но с ограничениями на фоновые члены в выражении для поля за радиоголограммой. Однако прямое применение алгоритмов синтеза амплитудно-фазового распределения поля на радиоголограмме потребует второго шага – построения радиоголограммы. Но, если поверхность раскрыва, на которой вычислено распределение амплитуды и фазы поля в результате решения задачи синтеза, не совпадает с поверхностью радиоголограммы, то второй шаг не менее труден, чем первый. Откажемся от традиционного поиска распределения поля при решении задачи синтеза радиоголографической антенны и будем искать структуру радиоголограммы на той или иной поверхности по заданному полю излучения будущей антенны и полю опорного облучателя. Это обеспечивает сразу же и ее техническую реализацию. Очевидно, что в этом случае уравнение, которое связывает поле излучения радиоголографической антенны и структуру радиоголограммы  $\Phi(\bar{\rho}, \varphi)$ , нелинейное. Действительно, пусть однослойная радиоголограмма  $\Phi(\bar{\rho}, \varphi)$  зафиксирована на части цилиндрической поверхности радиуса  $\rho_0$ , ограниченной углами  $\pi - \gamma \leq \varphi \leq \pi + \gamma$  (рис. 1).

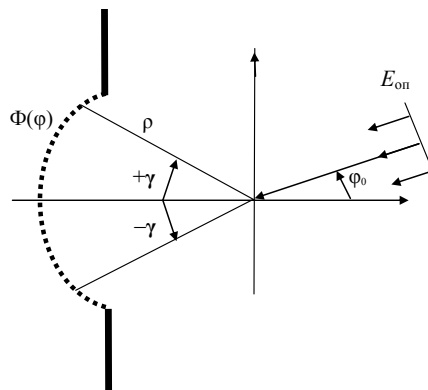


Рис. 1. Радиоголографическая антенна с излучающим раскрывом на части цилиндрической поверхности в виде радиоголограммы  $\Phi(\varphi)$  и облучателем с полем опорного источника  $E_{\text{оп}}$

При облучении этой поверхности опорной волной поле сразу после прохождения этой волной радиоголограммы определяется следующим равенством:

$$\bar{E}(\rho_0, \varphi) = \Phi(\rho_0, \varphi) \bar{p}_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi - \varphi_0). \quad (3)$$

Тогда диаграмма направленностей радиоголографической антенны запишется в виде

$$F_p(\psi) = \frac{\rho_0}{4\pi} \int_{\varphi} \Phi(\rho_0, \varphi) \{ (\bar{p}_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi) \bar{H}(\psi, \rho_0 \varphi) - \bar{E}(\psi, \rho_0 \varphi) \bar{H}_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi)) \} d\varphi, \quad (4)$$

где  $\bar{H}_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi)$  – магнитная составляющая поля опорного. В силу симметрии задачи поле не зависит от координаты  $Z$ , что приводит к связи  $\bar{H}_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi)$  с электрической компонентой опорного поля

$$\dot{H}_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi) = \frac{\partial p_{\text{оп}}(\rho_0, \varphi)}{\partial(k\rho_0)} = -j \cos(\varphi - \varphi_0) e^{-jk\rho_0 \cos(\varphi - \varphi_0)}, \quad (5)$$

где  $E(\rho_0, \varphi, \psi)$  и  $H(\rho_0, \varphi, \psi)$  – это электрическая и магнитная составляющие вспомогательного поля, создаваемого электрическим диполем, находящимся в точке  $(\rho = \infty, \psi)$  на голограмме в точке  $(\rho_0, \psi)$ . Тогда

$$\dot{E}(\rho_0, \varphi, \psi) = e^{-jk\rho_0 \cos(\varphi - \psi)}, \quad (6)$$

а выражение для магнитной составляющей будет равно:

$$\dot{H}(\rho_0, \varphi, \psi) = \frac{\partial E(\rho_0, \varphi, \psi)}{\partial(k\rho_0)} = -j \cos(\varphi - \psi_0) e^{-jk\rho_0 \cos(\varphi - \psi_0)}. \quad (7)$$

С учетом формул (5)–(7) соотношение (4) запишем в виде

$$\begin{aligned} F_p(\psi) &= \\ &= F_p(\psi) = \frac{k\rho_0}{4\pi} \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} \Phi(\rho_0, \varphi) \{ j e^{-jk\rho_0 [\cos(\varphi - \varphi_0) + \cos(\varphi - \psi)]} \cos(\varphi - \varphi_0) - j \cos(\varphi - \psi) e^{-jk\rho_0 [\cos(\varphi - \psi) + \cos(\varphi - \varphi_0)]} \} d\varphi = \\ &= j \frac{k\rho_0}{4\pi} \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} \Phi(\rho_0, \varphi) [\cos(\varphi - \varphi_0) - \cos(\varphi - \psi)] \cos[k\rho_0 (\cos(\varphi - \varphi_0) + \cos(\varphi - \psi))] d\varphi + \\ &+ \frac{k\rho_0}{4\pi} \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} \Phi(\rho_0, \varphi) [\cos(\varphi - \varphi_0) - \cos(\varphi - \psi)] \sin[k\rho_0 (\cos(\varphi - \psi) + \cos(\varphi - \varphi_0))] d\varphi = \\ &= \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} \Phi(\rho_0, \varphi) A(\rho_0, \varphi, \psi) d\varphi + j \int_{\pi-\gamma}^{\pi+\gamma} \Phi(\rho_0, \varphi) B(\rho_0, \varphi, \psi) d\varphi; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} A(\rho_0, \varphi, \psi) \\ B(\rho_0, \varphi, \psi) \end{aligned} \right\} = \frac{k\rho_0}{4\pi} [\cos(\varphi - \varphi_0) - \cos(\varphi - \psi)] \frac{\sin}{\cos} [k\rho_0 (\cos(\varphi - \psi) + \cos(\varphi - \varphi_0))].$$

Из (4) и (8) нетрудно видеть, что связь между радиоголограммой и требуемой диаграммой направленности нелинейная. И для отыскания радиоголограммы  $\Phi(\rho_0, \varphi)$  по заданной диаграмме направленности  $\bar{F}(\psi)$  сформируем задачу следующим образом: пусть  $\bar{F}(\theta, \varphi)$  – неотрицательная действительная функция сферических координат  $(\theta, \varphi)$ . Будем считать, что  $\max \bar{F}(\theta, \varphi) = 1$ , и что  $\bar{F}(\theta, \varphi = \psi) = \bar{F}(\psi)$  зависит только от  $\psi$ , т. е. не зависит от  $\theta$ . Требуется построить радиоголограмму  $\Phi(\rho_0, \varphi)$  на части цилиндрической поверхности радиуса  $\rho_0$ , ограниченной углами  $\pi - \gamma \leq \varphi \leq \pi + \gamma$ , которая при облучении полем опорной волны  $\vec{p}_{\text{оп}}$  создает поле излучения как антенна, нормированная амплитудная диаграмма которой совпадает с  $\bar{F}(\psi)$ .

Допускаем, что, исходя из возможностей реализации радиоголограммы, мы будем полагать ее кусочной-постоянной.

Пусть  $\varphi_0 \leq \pi - \gamma < \varphi_1 < \dots < \varphi_n < \pi + \gamma$  – некоторое разбиение отрезка  $[\pi - \gamma, \pi + \gamma]$  и на каждом отрезке  $[\varphi_{i-1}, \varphi_i]$  радиоголограмма постоянна и равна  $C_i$  ( $i = 1, 2, n$ ).

Тогда

$$\dot{F}_p(\psi) = \sum_{l=1}^n C_l \left\{ \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} A(\rho_0, \varphi, \psi) d\varphi + j \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} B(\rho_0, \varphi, \psi) d\varphi \right\}. \quad (9)$$

В силу физических соображений постоянные  $C_i$  удовлетворяют условиям

$$0 \leq C_i \leq 1, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (10)$$

Следовательно, при сделанных допущениях задачу можно поставить как задачу отыскания таких  $\{C_i\}$ , удовлетворяющих условиям (10), что  $\bar{F}_p(\psi)$ , определяемая с помощью формулы (8), доставляет минимум функционалу:

$$\left\| \dot{F}_p(\psi) - \frac{|\dot{F}_p(\psi)|}{\max |\dot{F}_p(\psi)|} \right\|^2. \quad (11)$$

Так как при умножении всех  $C_i$  на константу, отличную от нуля, для функции  $\bar{F}_p(\psi)$ , определяемой формулой (9), величина  $\frac{|\dot{F}_p(\psi)|}{\max |\dot{F}_p(\psi)|}$  не изменится, то можно поставить задачу отыскания таких  $\{C_i\}$ , удовлетворяющих неравенствам

$$C_i \geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (12)$$

которые доставляют минимум функционалу (11). Для получения требуемой радиоголограммы необходимо полученный вектор разделить на число  $\max \{C_1, \dots, C_n\}$ .

### Численное решение задачи

Пусть заданная амплитудная диаграмма направленности  $F(\psi)$  определена в точках  $\psi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Положим  $F_i = F(\psi_i)$ . Введем следующие обозначения:

$$H_i = F_p(\psi_i) = \sum_{l=1}^n C_l U_{li} + \sum_{l=1}^n C_l V_{li};$$

$$U_{li} = \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} A(\rho_0, \varphi, \psi_i) d\varphi; \quad (13)$$

$$V_{li} = \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} B(\rho_0, \varphi, \psi_i) d\varphi.$$

Неизвестные  $C_i$  будем находить из условий:

$$\Phi(C_1, \dots, C_n) = \sum_{i=1}^n \alpha_i (F_i^2 - |H_i|^2)^2 \rightarrow \min; \quad (14)$$

$$C_l \ (l = 1, 2, \dots, n);$$

$\alpha_i \geq 0$  – весовые коэффициенты, а параметр  $\rho_0$  является фиксированным.

Таким образом, решение  $\{C_i\}$  будет функцией параметра  $\rho_0$ . Задача (14) отличается от задач (11), (12) тем, что мы рассматриваем конечномерную реализацию функции и тем, что несколько изменили функционал (11). В таком виде (14) нам удастся применить более сильные методы, которые не удастся применить, если бы мы рассматривали конечномерную реализацию функционала (11). Введение весовых коэффициентов позволяет лучше контролировать приближение на более важных направлениях углов  $\psi$ . Решение задачи может быть осуществлено методом градиентного спуска, спуском по случайному направлению, методом смешанного спуска и др.

#### Пример синтеза радиоголографической антенны градиентным методом

Рассмотрим решение задачи синтеза радиоголографической антенны градиентным методом по заданной амплитудной диаграмме направленности  $|F_0(\varphi)|$ . Зададим требуемую диаграмму направленности в плоскости  $\Theta = \text{const}$  таблично в 36 точках (дискрет  $5^\circ$ ) на интервале углов  $\pm 90^\circ$ . Графически она показана на рис. 3 сплошной линией 1. Считаем, что радиоголограмма занимает часть цилиндрической поверхности, на каждом из участков разбиения  $[\varphi^\circ \leq \pi - \gamma < \varphi_1 < \dots < \varphi_n = \pi + \gamma]$  постоянна и равна  $c_i \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), т. е. коэффициент пропускания постоянен на каждом из участков разбиения. Источник опорной волны – плоская волна с направления  $\varphi_0 = 0^\circ$ .

Применяем рассмотренный алгоритм к решению поставленной задачи синтеза радиоголографической антенны с цилиндрической поверхности радиусом  $\rho = \frac{\lambda}{2}$  и на пятом шаге итерационной процедуры отыскания градиентным методом коэффициентов  $C_i$  получаем амплитудную радиоголограмму  $\Phi(\varphi)$  в виде закона пропускания электромагнитной волны, которая показана на рис. 2. Облучая такую амплитудную радиоголограмму плоской волной с направления  $\varphi_0 = 0^\circ$ , получаем реализуемую диаграмму направленности радиоголографической антенны, которая на рис. 3 показана пунктирной линией 2. Среднеквадратичная ошибка приближения к требуемой диаграмме направленностей составляет 0,091.

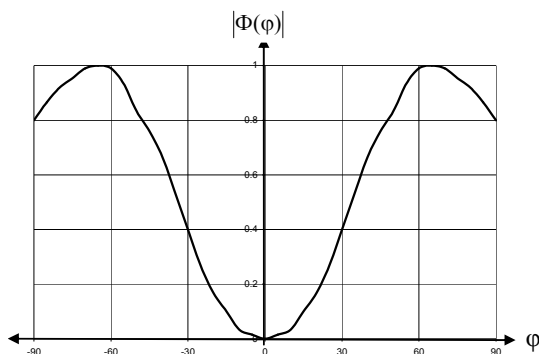


Рис. 2. Амплитудная радиоголограмма  $|\Phi(\varphi)|$  на части цилиндрической поверхности в виде закона пропускания электромагнитной волны как функции угла  $\varphi$

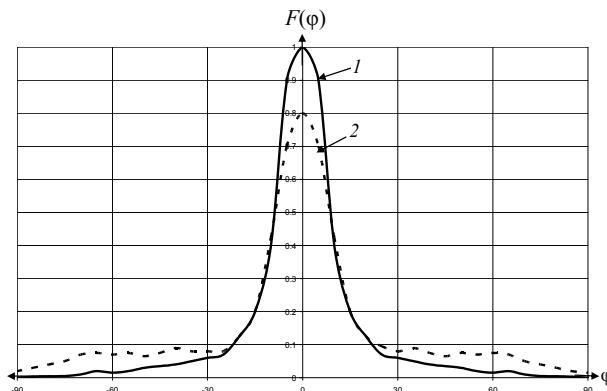


Рис. 3. Диаграммы направленности радиоголографической антенны: 1 – заданная; 2 – синтезированная

### Заключение

Представленный алгоритм решения задачи конструктивного синтеза радиоголографической антенны сложнее обычного, так как он рассматривает еще диаграмму облучателя. Уравнение задачи синтеза становится нелинейным. Применена для подобных задач схема решения, которая позволяет эффективно использовать известные математические методы. Схема может быть рекомендована для решения подобных задач.

### Литература

1. Дымский, В. Н. К теории синтеза антенн / В. Н. Дымский // Изв. вузов «Радиофизика». – 1965. – № 2. – Т. 8.
2. Способ построения радиоголографической антенны и плоская радиоголографическая антенна, полученная указанным способом : пат. № 6748 Респ. Беларусь, МПК<sup>7</sup> Н 01Q3/00 19/06 / В. Н. Мизгайлов ; заявитель и патентообладатель В. Н. Мизгайлов. – № а20010282 ; заявл. 27.03.01 ; зарегистр. 09.09.04 ; опубл. 30.12.04 // Афіц. бюл. № 4 / Дзярж. пат. кам. Рэсп. Беларусь.
3. Мизгайлов, В. Н. Самолетная радиоголографическая антенна для связи через ИСЗ / В. Н. Мизгайлов // Бортовое электронное оборудование и системы летательных аппаратов : Междунар. семинар, Россия, Моск. обл., г. Жуковский, 12–13 авг. 1992 г. – С. 46.
4. Мизгайлов, В. Н. Конструктивный синтез радиоголографических антенн / В. Н. Мизгайлов // Актуальные проблемы фундаментальных наук : тр. 2-й Междунар. науч.-техн. конф., Россия, Москва, 23–28 янв. 1994 г. / Техн. ун-т им. Баумана. – Москва, 1994. – Т. 3. – С. 879–800.
5. Мизгайлов, В. Н. Радиоголограммы в виде тонкопленочных структур для синтезированных антенн / В. Н. Мизгайлов // Физика тонкопленочных матриц : сб. науч. ст. / под общ. ред. А. В. Рогачева. – Гомель, 1992. – Вып. 1. – С. 87–91.

Получено 12.06.2015 г.